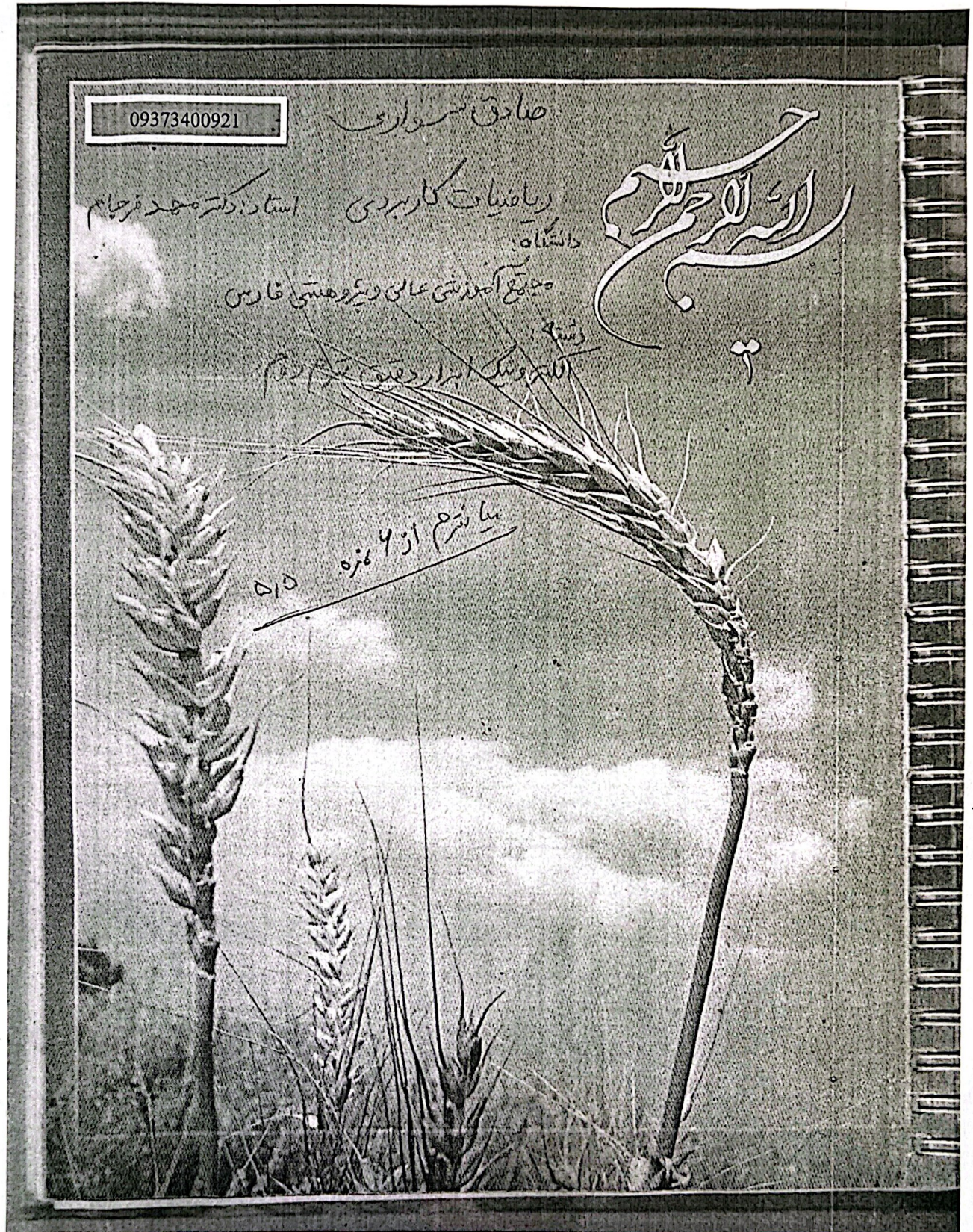


→
بر دلرها (توابع بهر دلری) مقنا

Email: sadegh.savari2912@yahoo.com



1

فروردین ۱۳۹۰

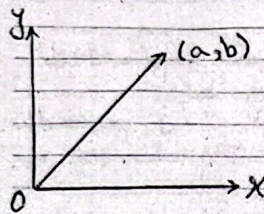
۱۶ ربیع الثانی ۱۳۳۲

تغییل
آغاز نوروز (تعطیل)

دوشنبه

21 March 2011

هم بردارها:



بردار کمیتی است که دارای جهت و اندازه می باشد:

$$|\vec{V}| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{اندازه بردار}$$

$$\vec{V}_1 = (a_1, b_1)$$

$$\vec{V}_2 = (a_2, b_2)$$

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (a_1 + a_2, b_1 + b_2) \quad \text{حاصل جمع دو بردار}$$

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (3+1, 2+3)$$

$$\vec{V}_1 = (1, 3) \quad \text{و} \quad \vec{V}_2 = (3, 2) \quad ?$$

مثال: حاصل ضرب اسکالر (حاصل ضرب یک عدد در بردار):

$$C\vec{V} = (a_c, b_c) \quad \text{آنگاه} \quad \vec{V} = (a, b) \quad \text{اگر عدد غیر صفر باشد و} \quad \vec{V} = (a, b)$$

فروردین ۱۳۹۰

۱۷ ربیع الثانی ۱۳۳۲

۲
تغییل

سه شنبه

22 March 2011

عید نوروز (تعطیل) - هجوم ملووان ستم شاهی بهایوی به مدرسه فقهیه قم (۱۳۳۲ ه.ش) - آغاز عملیات فتح المبین (۱۳۶۱ ه.ش)

اگر $C > 0$ باشد $C\vec{V}$ هم جهت با بردار $\vec{V}$ است. اگر $C < 0$ باشد $C\vec{V}$ در جهت مخالف بردار $\vec{V}$ می باشد.

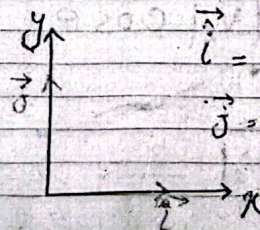
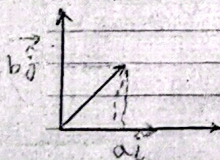
$$2\vec{V} = ?$$

$$\text{مثال:} \quad \vec{V} = (2, 3) \quad \text{و} \quad C = 2 \quad \text{حاصل ضرب را بنویسید؟}$$

$$\Rightarrow 2(2, 3) = (4, 6)$$

* هر بردار $\vec{V} = (a, b)$ را می توان به فرم ترکیبی از بردارها نوشت:

$$\vec{V} = a\hat{i} + b\hat{j}$$



$$\hat{i} = (1, 0) \rightarrow |\hat{i}| = 1$$

$$\hat{j} = (0, 1) \rightarrow |\hat{j}| = 1$$

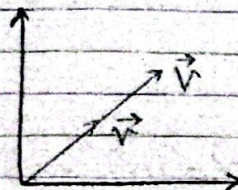
$\vec{V} = (2, 3), \vec{V} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ اندازه $|\vec{V}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

مثال $\vec{V}_1 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ و $\vec{V}_2 = 4\vec{i} - \vec{j}$ هر دو بردار را جمع کنید

مثال $\vec{V}_1 = \vec{i} - \vec{j}$ و $\vec{V}_2 = 2\vec{i} + \vec{j}$ جمع و اندازه و بایست آورد

$3\vec{V}_1 + 2\vec{V}_2 = 7\vec{i} + \vec{j}$ $|3\vec{V}_1 + 2\vec{V}_2| = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50}$

* تقسیم دو بردار تعریف نشده است :



$\vec{V} = a\vec{i} + b\vec{j}$

اندازه $\vec{V} = \frac{1}{|\vec{V}|} \vec{V}$

$|\vec{V}| = 1$

مثال اگر بردار $\vec{V} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ باشد بردار واحد $\vec{V}$ را بایست ؟

$|\vec{V}| = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$ $\vec{V} = \frac{1}{\sqrt{20}} (2\vec{i} + 4\vec{j}) = \frac{2}{\sqrt{20}}\vec{i} + \frac{4}{\sqrt{20}}\vec{j} \Rightarrow \left| \frac{2}{\sqrt{20}}\vec{i} + \frac{4}{\sqrt{20}}\vec{j} \right|$

$= \sqrt{\frac{4}{20} + \frac{16}{20}} = \frac{\sqrt{20}}{20} = \frac{1}{\sqrt{20}} = 1$

حاصل ضرب عددی :

$\vec{V}_1 = a_1\vec{i} + b_1\vec{j}$, $\vec{V}_2 = a_2\vec{i} + b_2\vec{j} \rightarrow \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = a_1a_2 + b_1b_2$

مثال $\vec{V}_1 = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ $\vec{V}_2 = \vec{i} + 5\vec{j}$ $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 3(1) + (-2)(5) = -7$

* قضیه :

$\vec{V}_1 = a_1\vec{i} + b_1\vec{j}$ و $\vec{V}_2 = a_2\vec{i} + b_2\vec{j}$

$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = |\vec{V}_1| |\vec{V}_2| \cos \theta$

$\cos \theta = \frac{\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2}{|\vec{V}_1| |\vec{V}_2|}$ زاویه $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$

$|\vec{V}_1| |\vec{V}_2|$ زاویه بین دو بردار

۳

فروردین ۱۳۹۰

۲۰ ربيع الثانی ۱۴۳۲

۵

جمعه

25 March 2011

مثال: زاویه بین دو بردار $\vec{V}_1 = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ و $\vec{V}_2 = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ را بدست آورید.

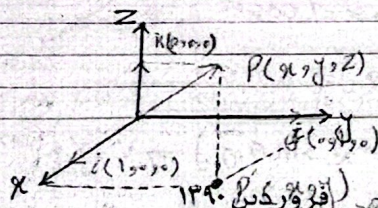
$$\cos \theta = \frac{-4 - 16}{\sqrt{2^2 + 4^2} \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2}} = \frac{-20}{\sqrt{4+16} \sqrt{4+16}} = \frac{-20}{\sqrt{20} \sqrt{20}} = \frac{-20}{20} = -1$$

$$\Rightarrow \cos^{-1} -1 = 180^\circ \quad \angle \cos \theta = -1 \Rightarrow \theta = 180^\circ$$

شرط لازم برای اینکه دو بردار $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ بر هم عمود باشند $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 0$ مثال: آیا دو بردار $\vec{V}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{V}_2 = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ بر هم عمود هستند؟

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = (2)(3) + (2)(-3) = 6 - 6 = 0$$

بردار در فضا:



$$\vec{V} = (x, y, z)$$

$$\vec{V} = (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$$

$$|\vec{V}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{اندازه}$$

۲۱ ربيع الثانی ۱۴۳۲

۶

شنبه

26 March 2011

$$\vec{V}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$$

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$$

$$\vec{V}_2 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$$

$$|\vec{V}_1 + \vec{V}_2| = \sqrt{5^2 + 1^2 + (-3)^2} = \sqrt{35} \quad \text{اندازه}$$

حاصل ضرب عددی: $\vec{V}_1 = a_1\vec{i} + b_1\vec{j} + c_1\vec{k}$ و $\vec{V}_2 = a_2\vec{i} + b_2\vec{j} + c_2\vec{k}$

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2}{|\vec{V}_1| |\vec{V}_2|}$$

زاویه بین دو بردار در فضا

فروردین ۱۳۹۰

۲۲ ربيع الثانی ۱۴۱۲

۷

یکشنبه

27 March 2011

$$\vec{V}_1 = t \vec{V}_2 \quad \text{یا} \quad \vec{V}_2 = t \vec{V}_1$$

دو بردار $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ با هم موازی هستند اگر:

$$\text{مثال: } \vec{V}_1 = \vec{i} + 2\vec{j} \quad \text{و} \quad \vec{V}_2 = 3\vec{i} + 6\vec{j} \quad \text{با هم موازی اند؟}$$

$$\vec{V}_2 = 3\vec{i} + 6\vec{j} = 3(\vec{i} + 2\vec{j}) = 3\vec{V}_1 \quad \text{موازی هستند.}$$

$$\text{مثال: } \vec{V}_1 = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \quad \text{و} \quad \vec{V}_2 = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k} \quad \text{با هم موازی اند؟}$$

$$\vec{V}_2 = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k} = 2(\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) = 2\vec{V}_1 \quad \text{موازی هستند.}$$

فرم قطبی بردارها:

$$r = |\vec{V}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{V} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r \sin \theta$$

$$\vec{V} = (r \cos \theta \vec{i}) + (r \sin \theta \vec{j}) \Rightarrow \vec{V} = r \left[(\cos \theta) \vec{i} + (\sin \theta) \vec{j} \right]$$

فروردین ۱۳۹۰

۲۳ ربيع الثانی ۱۴۱۲

۸

دوشنبه

28 March 2011

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

فرم قطبی مختصات: $\star$

$$\text{مثال: } \vec{V} = 2\vec{i} + 2\vec{j} \quad \text{فرم قطبی بردار را بنویسید؟}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow \theta = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{فرم قطبی } \vec{V} = \sqrt{8} \left[\left(\cos \frac{\pi}{4} \right) \vec{i} + \left(\sin \frac{\pi}{4} \right) \vec{j} \right]$$

۵

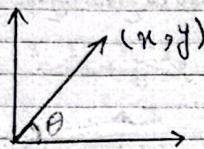
فروردین ۱۳۹۰

۲۴ ربيع الثانی ۱۴۱۲

۹

سه شنبه

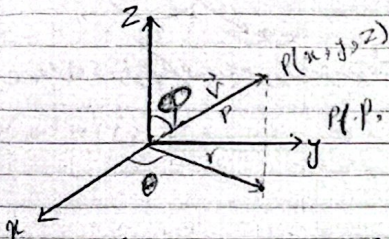
29 March 2011



$$\vec{V} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

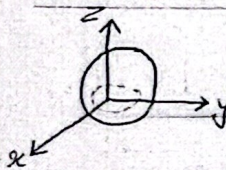
فرم قطبی بردارها:

$$V = |\vec{V}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$\vec{V} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$|\vec{V}| = P$$

معادله کولم باشعاع ρ و مرکز (0,0,0) بصورت $x^2 + y^2 + z^2 = \rho^2$ معادله کروی در فرم

فروردین ۱۳۹۰

۲۵ ربيع الثانی ۱۴۱۲

P=a

۱۰

چهارشنبه

30 March 2011

$$\vec{V} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$$

مثال: فرم قطبی بردار را بنویسید؟

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\theta = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\vec{V} = r \left[(\cos \theta) \vec{i} + (\sin \theta) \vec{j} \right] = \sqrt{8} \left[\left(\cos \frac{\pi}{4} \right) \vec{i} + \left(\sin \frac{\pi}{4} \right) \vec{j} \right]$$

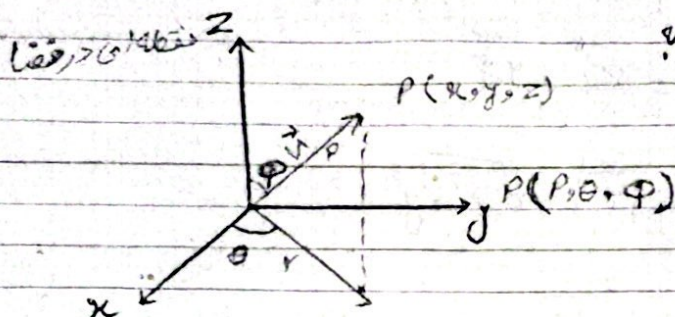
فروردین ۱۳۹۰

۲۶ بهمن ۱۳۲۲

۱۱

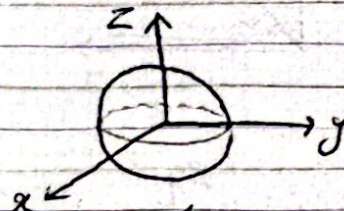
پنجشنبه

31 March 2011



معادله کره‌ای با شعاع a و مرکز $(0,0,0)$ ؟

صورت $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$



این معادله در فرم کره‌ای به صورت زیر نوشته می‌شود. $\rho = a$

$\vec{V} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$|\vec{V}| = \rho$

فروردین ۱۳۹۰

۲۷ بهمن ۱۳۲۲

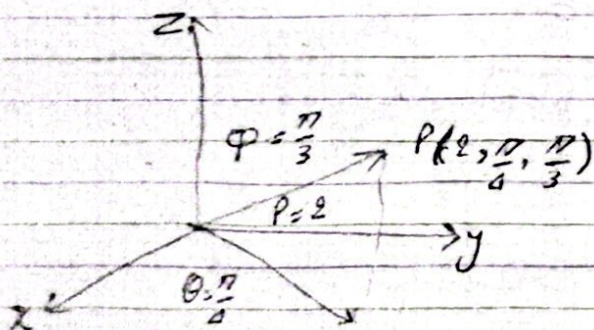
۱۲

تثانی

جمعه

1 April 2011

مثال: نقطه‌ای $P(2, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$ در فضای به صورت کره‌ای می‌باشد؟



$\rho = 2$

$\theta = \frac{\pi}{4}$

$\phi = \frac{\pi}{3}$

✓

فروردین ۱۳۹۰

۲۸ ربيع الثانی ۱۴۳۲



روز طبیعت (تعطیل)

شنبه

2 April 2011

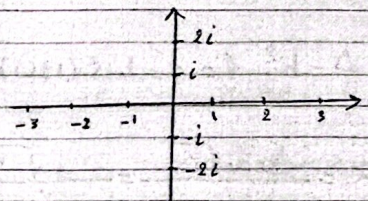
اعداد مختلط :

معادله $x^2 + 1 = 0$ در مجموعه اعداد حقیقی دارای جواب نیست.

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \pm \sqrt{-1} \rightarrow \boxed{i^2 = -1} \quad \text{مفهومی}$$

$$x = \pm \sqrt{i^2} = \pm i \quad \leftarrow \text{عدد مفهومی}$$

$$x^2 + 1 = (i)^2 + 1 = i^2 + 1 = -1 + 1 = 0$$



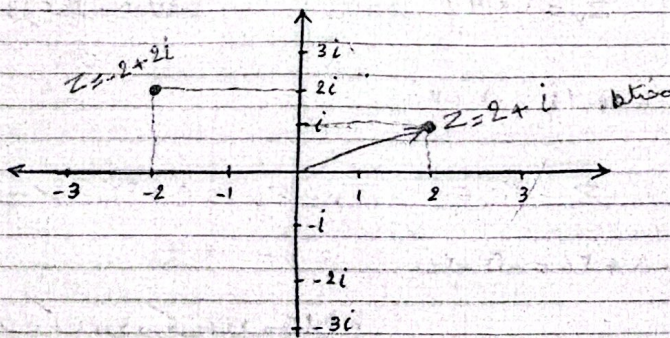
فروردین ۱۳۹۰

۲۹ ربيع الثانی ۱۴۳۲



یکشنبه

3 April 2011

مثال $\leftarrow$ 

$$z = x + yi \rightarrow \text{مفهومی}$$

حقیقی $\nearrow$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{اندازه عدد مختلط}$$

۱

فروردین ۱۳۹۰

۳۰ بهمن ۱۳۳۲

۱۵

دوشنبه

4 April 2011

$$|z| = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$$

مثال: $z = 5 + 3i$ را برآورد کنید

$$\begin{array}{c} R \subset C \\ \uparrow \quad \downarrow \\ \text{اعداد حقیقی} \quad \text{مجموعه اعداد مختلط} \end{array}$$

نکته: مجموعه اعداد حقیقی زیر مجموعه اعداد مختلط هستند.

مثال: $x^2 + x + 1 = 0$ جوابهای مختلطی

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(1) = 1 - 4 = -3 < 0$$

ریشه حقیقی ندارد

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{(-1)(3)}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

فروردین ۱۳۹۰

۱ اردیبهشت ۱۳۳۲

۱۶

سه شنبه

5 April 2011

$$z_1 = 2 + 5i, \quad z_2 = 3 + 4i$$

جمع دو عدد مختلط:

$$z_1 + z_2 = 2 + 5i + 3 + 4i = 5 + 9i$$

$$z_1 = 3 - 4i, \quad z_2 = -8 + 2i$$

$$z_1 + z_2 = 3 - 4i - 8 + 2i = -5 - 2i$$

ضرب یک عدد در یک عدد مختلط:

$$z = 3 + 4i$$

مثال: $\leftarrow$

$$2z = 6 + 8i$$

حاصل ضرب دو عدد مختلط :

$$z_1 = 2 + 3i$$

$$z_2 = 3 + 4i$$

مثال $\leftarrow$

$$z_1 z_2 = (2 + 3i)(3 + 4i) = 6 + 8i + 9i + 12i^2 = 6 + 17i - 12 = -6 + 17i$$

$$z_1 = 4 - i$$

$$z_2 = 2 + 3i$$

مثال $\leftarrow$

$$z_1 z_2 = (4 - i)(2 + 3i) = 8 + 12i - 2i - 3i^2 = 8 + 10i + 3 = 11 + 10i$$

مزدوج عدد مختلط :

$$z = x + yi$$

$$\bar{z} = x - yi$$

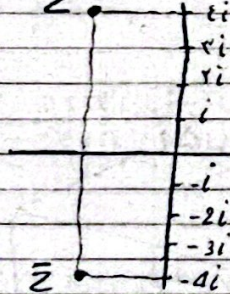
$$\bar{z} = 2 - 4i$$

z

نقطه z در صفحه مختلط

$$z = 2 + 4i$$

مثال $\leftarrow$ مزدوج



پس نتیجه می گیریم همیشه z و $\bar{z}$ نسبت به هم قریب اند.

خواص مزدوج:

۱) $\overline{\overline{z}} = z$

۲) $\overline{(z_1 + z_2)} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

۳) $\overline{(z_1 z_2)} = \overline{z_1} \overline{z_2}$

۴) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$

۵) $z \overline{z} = |z|^2$

۴- اگر a عدد حقیقی باشد $\overline{a} = a$ است.

$z_1 = 2 + 3i$

$z_2 = 4 + 2i$

مثال ←

$z_1 + z_2 = 4 + 5i \rightarrow \overline{(z_1 + z_2)} = 4 - 5i$

$\overline{z_1} = 2 - 3i$

$\overline{z_2} = 4 - 2i$

$\overline{z_1} + \overline{z_2} = 4 - 5i$

پس طبق خاصیت دوم جوابها مثل هم شدند